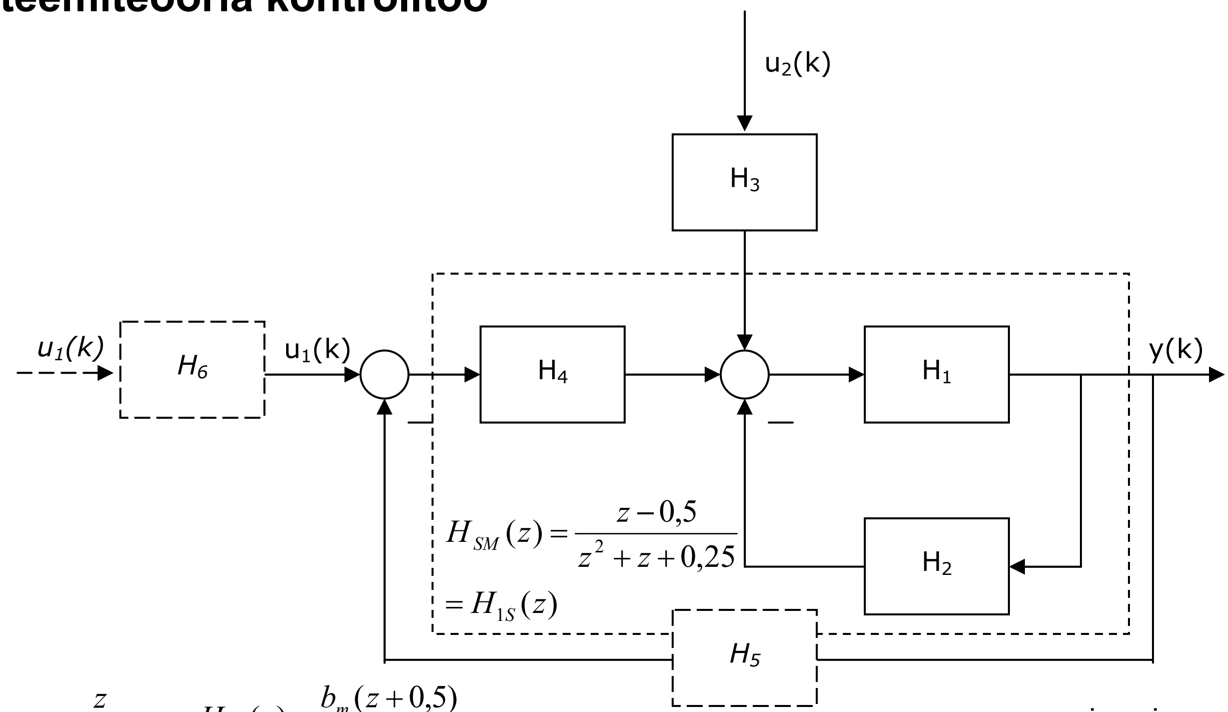
SÜSTEEMITEOORIA KONTROLLTÖÖ 2

ÜLEKANNE U_1 -> Y 3
REALISEERITAVUS: 3
SÜSTEEMI REAKTSIOON U_1-LE 4
ÜLESANDE TEINE POOL 5
VAJA LEIDA ÜLEKANNE U_2 -> Y 5

Süsteemiteooria kontrolltöö



$H_1(z)=\frac{z}{z^2-2z+1}$; $H_M(z)=\frac{b_m(z+0,5)}{z^2+0,25}$ — sisemise tagasiside mudel.

$$\begin{cases} u_1(k)=1 \\ u_2(k)=\frac{1}{10} \end{cases}$$

Tähistame:

$$H_1(z)=\frac{B(z)}{A(z)}=\frac{z}{z^2-2z+1}$$

$$H_2(z)=\frac{S(z)}{R(z)}$$

$$H_4(z)=\frac{T(z)}{R(z)}$$

Ülekanne u_S -> y

$$H_1(z)=\frac{H_4H_1}{1+H_4H_1}=\frac{\frac{T(z)}{R(z)}\frac{B(z)}{A(z)}}{1+\frac{B(z)}{A(z)}\frac{S(z)}{R(z)}}=\frac{T(z)B(z)}{A(z)R(z)+B(z)S(z)}=H_{SM}(z)=\frac{B_{SM}(z)}{A_{SM}(z)}=\frac{z-0,5}{z^2+z+0,25}$$

Viimane murd on vabalt valitud, samas on ta ka stabiilne.

$$R(z)=B(z)$$

$$T(z)=B_{SM}(z)$$

$$S(z)=A_{SM}(z)-A(z)=z^2+z+0,25-(z^2-2z+1)$$

Meil on 2 võrrandit (mis on polünoomid) ja 3 tundmatut (mis on ka polünoomid). Seega tuleb midagi valida. Kuna B(z) juured on stabiilsed (ehk asuma ühikringis), siis võib kirjutada R(z) = B(z), mis lihtsustab oluliselt avaldist.

Kui polünoomi astmed on negatiivsed, peavad juured asuma väljaspool ühikringi!

Nüüd

$R(z) = B(z) = z$

$T(z) = B_{SM}(z) = z - 0{,}5$

$S(z) = A_{SM}(z) - A(z) = z^2 + z + 0{,}25 - (z^2 - 2z + 1) = 3z - 0{,}75$

Pärast lisaplokkide panemist skeemi:

$H_{1S}(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{z - 0{,}5}{z^2 + z + 0{,}25}$

$H_5(z) = \frac{S(z)}{R(z)}$

$H_6(z) = \frac{T(z)}{R(z)}$

Ülekanne u_1 -> y

$$H_{u1y}(z) = \frac{H_6 H_{1S}}{1 + H_{1S} H_5} = \frac{\frac{T(z)}{R(z)}\frac{B(z)}{A(z)}}{1 + \frac{B(z)}{A(z)}\frac{S(z)}{R(z)}} = \frac{T(z)B(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)} = H_M(z) = \frac{B_M(z)}{A_M(z)} = \frac{b_m(z + 0{,}5)}{z^2 + 0{,}25}$$

Siit tulenevad järgnevad võrdused:

$R(z) = B(z)$

$T(z) = B_M(z)$

$S(z) = A_M(z) - A(z) = z^2 + 0{,}25 - (z^2 + z + 0{,}25)$

Kuna ka siin on B(z) juured stabiilsed, siis R(z) = B(z) ja

$R(z) = B(z) = z - 0{,}5$

$T(z) = B_M(z) = b_m(z + 0{,}5)$

$S(z) = A_M(z) - A(z) = z^2 + 0{,}25 - (z^2 + z + 0{,}25) = -z$

Seega $H_5 = \frac{-z}{z - 0{,}5}$ ja $H_6 = \frac{z + 0{,}5}{z - 0{,}5}$

Realiseeritavus:

H_1 on antud, ta on realiseeritav, H_2 ja H_4 lugeja ja nimetaja järgud on võrdsed, järelikult on nad realiseeritavad. Seega on kogu süsteem realiseeritav.

Kuna kõikidel ülekandefunktsioonidel on järgud võrdsed, on süsteemi hilistumine määratud vaid etalonmudeliga ja see on 1 takt.

Signaal u_1 -> y peab võimenduma 10 korda. Selleks $H_M(z)\Big|_{z=1} = \frac{1{,}5 b_m}{1{,}25} \geq 10$. See kehtib näiteks b_m=10 korral. Sellisel juhul on võimendus 15/1,25.

Süsteemi reaktsioon u_1-le

$u_1(k) = 1$ suvalise k väärtuse korral
Reaktsioon u(k) arvutada k = 0, 1, 2, 3, ∞ korral.

Selleks $Y(z) = H_M(z) * U_1(z) = \frac{10(z+0,5)}{z^2+0,25}\frac{z}{z-1}$

Z-teisenduse korral, $\{1,1,1,...1\} \xrightarrow{z} \frac{z}{z-1}$.

Sellisel juhul

$$Y(\infty) = \lim_{z\to 1}\frac{z-1}{z}Y(z) = \lim_{z\to 1}\frac{z-1}{z} * \frac{10(z+0,5)}{z^2+0,25} * \frac{z}{z-1} = \frac{15}{1,25} = 12$$

Et antud teoreem kehtiks, peavad Y(z) poolused olema ühikringis.

k = 0, 1, 2 leidmine

Selleks $Y(z) = H_M(z) * U_1(z)$, kusjuures $H_M(z) = \frac{y(z)}{u_1(z)} = \frac{10(z+0,5)}{z^2+0,25} = \frac{\frac{10}{z}+\frac{5}{z^2}}{1+\frac{0,25}{z^2}}$.

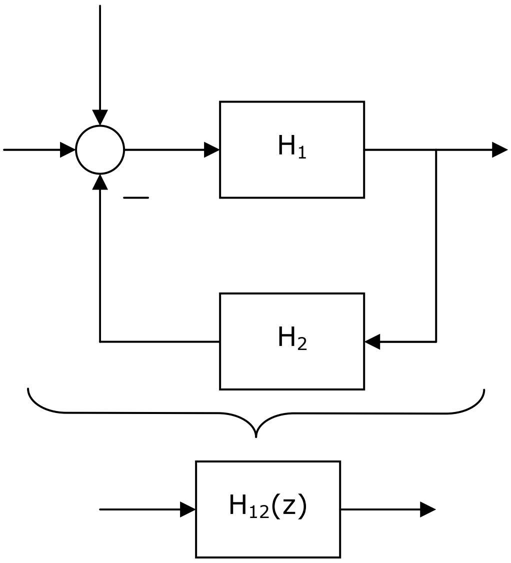
Tehes Z-pöördteisenduse ja minnes seeläbi tagasi ajavalda, kusjuures arvestades, et z^{-1} tähendab hilistumist ühe takti võrra:
u(k) + 0,25y(k-2) = 10u(k-1) + 5u(k-2)
y(k) = -0,25y(k-2) + 10u(k-1) + 5u(k-2)

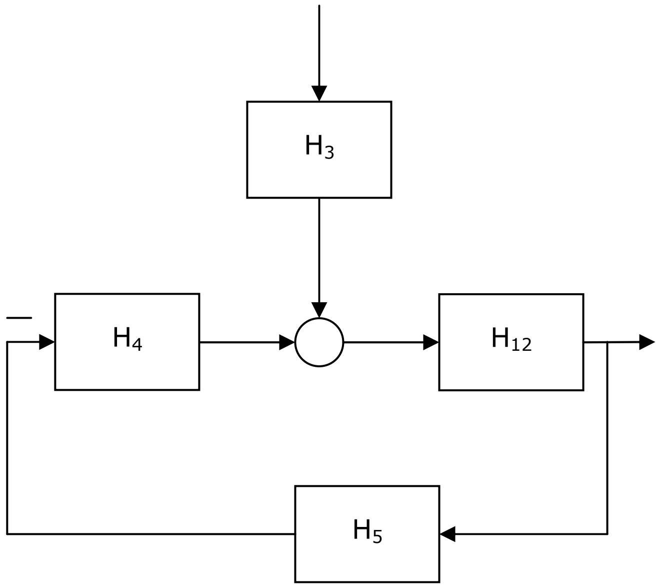
Tuleb leida y(k), kui k = 0, 1, 2, 3. Seega
y(0) = 0
y(1) = 10u(0) = 10*1= 10
y(2) = -0,25y(0) + 10u(1) + 5u(0) = 0 + 10 + 5 = 15
y(3) = -0,25y(1) + 10u(2) + 5u(1) = -0,25*10 + 10 + 5 = 12,5

Ülesande teine pool

Vaja leida ülekanne u_2 -> y

Selleks teisendatakse allolevat skeemi nii, et see näeks välja nagu parempoolne.





Tähistame $H_{12}(z)=\frac{H_1}{1+H_1H_2}=\frac{\frac{z}{z^2-2z+1}}{1+\frac{z}{z^2-2z+1}\frac{3z-0,75}{z}}=\frac{z}{z^2+z+0,25}$

Seega

$$H_{u2y}(z)=\frac{H_3H_{12}}{1+H_{12}H_5H_4}=\frac{H_3\frac{z}{z^2+z+0,25}}{1+\frac{z}{z^2+z+0,25}*\frac{-z}{z-0,5}*\frac{z-0,5}{z}}=\frac{H_3z}{z^2+0,25}$$

Kuna antud ülekandefunktsioonis oli lubatud müarategur maksimaalselt 1/10, siis

$H_{u2y}(z)\Big|_{z=1}\le\frac{1}{10}\Rightarrow\frac{H_3}{1,25}\le\frac{1}{10}$. Siia tingimusse sobib näiteks H_3 = 12,5

Lisades antud teguri eelnenud murdu, saame

$$H_{u2y}(z)=\frac{H_3z}{z^2+0,25}=\frac{z}{10(z^2+0,25)}=\frac{z^{-1}}{10+2,5z^{-2}}=\frac{y(z)}{u_2(z)}.$$

Tehes Z-pöördteisenduse ja minnes tagasi ajavalda, saame:
10y(k) + 2,5y(k-2) = u(k-1)
y(k) = -0,25y(k-2) + 0,1u(k-1)

Siit saab analoogiliselt eelmisele ülesandepoolele leida y(k) väärtused, k = 0, 1, 2, 3… korral, arvestades, et u_2(k) = 1/10
y(∞) leidmine

$$y(\infty)=\lim_{z\to1}\frac{z-1}{z}*\frac{z}{10(z^2+0,25)}*\frac{1}{10}*\frac{z}{z-1}=\frac{1}{125}\neq0$$

u_1 -> y — hüppekaja reaktsioon

u_2 -> y — ei ole hüppekaja reaktsioon, sest hüppekaja on ühikhüpe, see aga oli 1/10 ühikhüppest.

- Mittejuhitavus ja mittejälgitavus kajastub ülekandefunktsioonis taanduvate nullide ja pooluste näol
- Juhitavus ja jälgitavus on duaalsed mõisted. Kui süsteemile on koostatud duaalne süsteem ja esimene neist on juhitav, siis teine on automaatselt jälgitav ja vastupidi
- Juhitavus ja jälgitavus ei ole seotud stabiilsusega. Stabiilsus on vabaliikumise omadus. Selleks ei ole vaja süsteemi ei juhtida ega jälgida. Juhitavus ja jälgitavus on struktuursed omadused, stabiilsus on süsteemi käitumist iseloomustav omadus
- Kompositsioon on alamsüsteemidest teatud kindlate omadustega süsteemi moodustamine. Võimalikud ühendused on paralleel- järjestik- ja tagasisideühendus
- Ainult tagasisideühendusega on võimalik muuta süsteemi stabiilsust. Ükski teine ühendusviis seda mõjutada ei saa.
- Süsteem on realiseeritav, kui teda kirjeldava ülekandefunktsiooni lugeja polünoomi aste on väiksem või võrdne nimetaja polünoomi astmega. Seega kui $H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}$, kus B(z) polünoomi aste on n ja A(z) polünoomi aste on m, siis realiseeritavuse korral $n \le m$.
- Kui meil on süsteem, millele on antud etalonmudel, siis selle süsteemi käitumiseks etalonmudeli järgi tuleb välja arvutada ülekanne u -> y ja võrdsustada see etalonmudeliga. Kui tekkinud võrrandites on tundmatuid rohkem kui võrrandeid, on võimalus osa tundmatutest vabalt valida.
- Kui on antud ülekandefunktsioon $H_1(z)=\frac{B(z)}{A(z)}$ ja B(z) juured on stabiilsed (asuvad ühikringis), võib eelmises punktis tekkinud võrrandites asendada B(z) = R(z). Kui juured on mittestabiilsed, lahendatakse üldjuhul. B(z)-polünoom jagatakse sel juhul kaheks, mis koosneb stabiilsest ja mittestabiilsest poolest: $B(z) = B_{ST}(z)*B_{MST}(z)$. Lahenduskäik on analoogiline stabiilsete juurte korral, tulemus tuleb aga $B_{MST}(z)$ jagada.
- Mittestabiilseid nulle ja pooluseid ei tohi taandada!
- Ülekandefunktsioon ei sisalda taanduvaid nulle ja pooluseid!
- Staatiline ülekandetegur $H(z)\big|_{z=1}=k$. Kui signaal peab võimenduma 10 korda, peab k=10, kui signaal peab sumbuma 10 korda, siis k=1/10
- Hilistumine pidevajasüsteemides: $H(s)=\frac{B(s)}{A(s)}e^{-\tau s},\ \tau \ge 0$

  Hilistumine diskreetajasüsteemides: $H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}$. Kui lugeja järk on m ja nimetaja järk n, siis hilistumine d = n-m. Seega on n-järku süsteemi korral maksimaalne hilistumine d = n. (kui lugeja on null).
- Realiseeritavus pidevajasüsteemides: $H(s)=\frac{B(s)}{A(s)}e^{-\tau s},\ \tau \ge 0$ korral on $m \le n$.

  Realiseeritavus diskreetajasüsteemides: $H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}$ korral $m \le n$.